

Fractions – Bandes de papier

Introduction :

L'objet de ce document est de proposer un ensemble de situations dont l'enjeu didactique est de permettre à l'élève de cycle 3 de construire le concept de fraction simple. Les situations présentées doivent être répétées, en multipliant les exemples afin que les élèves puissent bénéficier d'une expérience forte basée sur la manipulation et la mise à distance de fractions de l'unité.

L'objet de cette manipulation est de développer chez les élèves des représentations mentales qui vont soutenir des capacités langagières et de communication puis d'abstraction.

Dans les moments où l'élève envisage sa procédure, dans les moments où il la valide ou encore lorsqu'il communique avec un pair, le matériel a un rôle prépondérant lorsqu'il s'agit de permettre aux élèves d'assurer leurs représentations mentales par une manipulation d'objets concrets.

En ce sens, les variables déclinées dans chaque situation sont importantes. Elles constituent des étapes de la progression didactique et elles doivent faire l'objet d'une attention particulière des enseignants.

Concernant l'écriture fractionnaire, il n'y a pas d'urgence à l'utiliser, ni nécessité à la refuser. En fonction de l'organisation de classe en simple ou double niveau, ou encore dans l'avancée du travail sur les disques (cf. document « Fractions – Disques »), il se peut que cette écriture soit apportée par les élèves de façon plus ou moins précoce. L'écriture codifiée ne représente pas un enjeu d'apprentissage premier, elle doit soulager les formulations « propres » des élèves.

Sommaire

1. Situation 1

Fabriquer une bande de même longueur à l'aide d'une bande unité

2. Situation 2

Comparer plusieurs longueurs de bandes pour reconstituer des paires de même longueur.

3. Situation 3

Ordonner plusieurs bandes en utilisant les mesures effectuées séparément sur chacune

4. Situation 4

Produire un message qui permettra de fabriquer une bande exactement de même longueur qu'une bande à mesurer

5. Situation 5

Parmi plusieurs mesures écrites, rechercher celles qui désignent des longueurs égales.

6. Situation 6

Décomposer ou simplifier une fraction

Fractions - Bandes de papier

Remarque préalable : Dans l'ensemble des situations, les bandes à découper sont mises à distance. Pour ce faire, nous disposons de deux possibilités : placer les bandes à découper sur une table en fond de classe, ou bien placer les bandes mesurées dans une enveloppe afin que l'élève n'ait plus sous les yeux la bande mesurée au moment où il découpe sa bande de même longueur. Dans la suite, nous décrivons cette seconde proposition, mais si vous choisissez de placer les bandes à découper sur une table annexe, les enveloppes ne sont plus nécessaires.

Bandes mises à distance sur une table en fond de classe

Bandes placées dans une seconde enveloppe sur les tables des élèves

Situation 1

Fabriquer une bande de même longueur à l'aide d'une bande unité

Afin de permettre une meilleure appropriation des concepts, il est conseillé de mettre en œuvre cette situation à travers des séances quasi quotidiennes. Dans les autres situations, les séances pourront être plus espacées dans le temps.

Matériel

- Bandes unité (bande grise : à découper le plus précisément possible).
- Planche de 6 bandes à mesurer (A B C D E F), placée dans une enveloppe.
- Bandes de 1 cm de large (découpées au massicot, il est important qu'elles soient de même largeur que les bandes à mesurer) dans la largeur d'une feuille A4. Ces bandes à découper sont placées dans une enveloppe ; elles peuvent aussi être distribuées en cours d'activité.

Objectifs

- Construire le concept de fraction.
- Construire les notions de moitié, quart et huitième à partir du pliage de la bande unité en deux, quatre et huit parties égales.

Dispositif et activité

La planche de bandes à mesurer et une bande unité sont placées dans une enveloppe fermée. Les enveloppes sont distribuées aux élèves (individuellement ou en binômes). *Il n'est pas nécessaire de découper les bandes à mesurer, la planche complète est proposée aux élèves.*

Déroulement

Etape 1 : Fraction de l'unité (voir fichiers joints : **supports situation 1**)

Les élèves sortent la planche de bandes à mesurer et la bande unité de l'enveloppe. Ils doivent fabriquer une bande de leur choix, **grâce à la bande unité (uniquement)**.

La bande découpée devra être exactement de la même longueur que la bande choisie.

Une fois la mesure faite, la planche et la bande unité sont replacées dans l'enveloppe. Pour fabriquer la bande de même mesure, les élèves disposent d'une seconde bande unité (identique à la première) et de bandes blanches à découper (placées dans une seconde enveloppe ou mises à disposition en fond de classe).

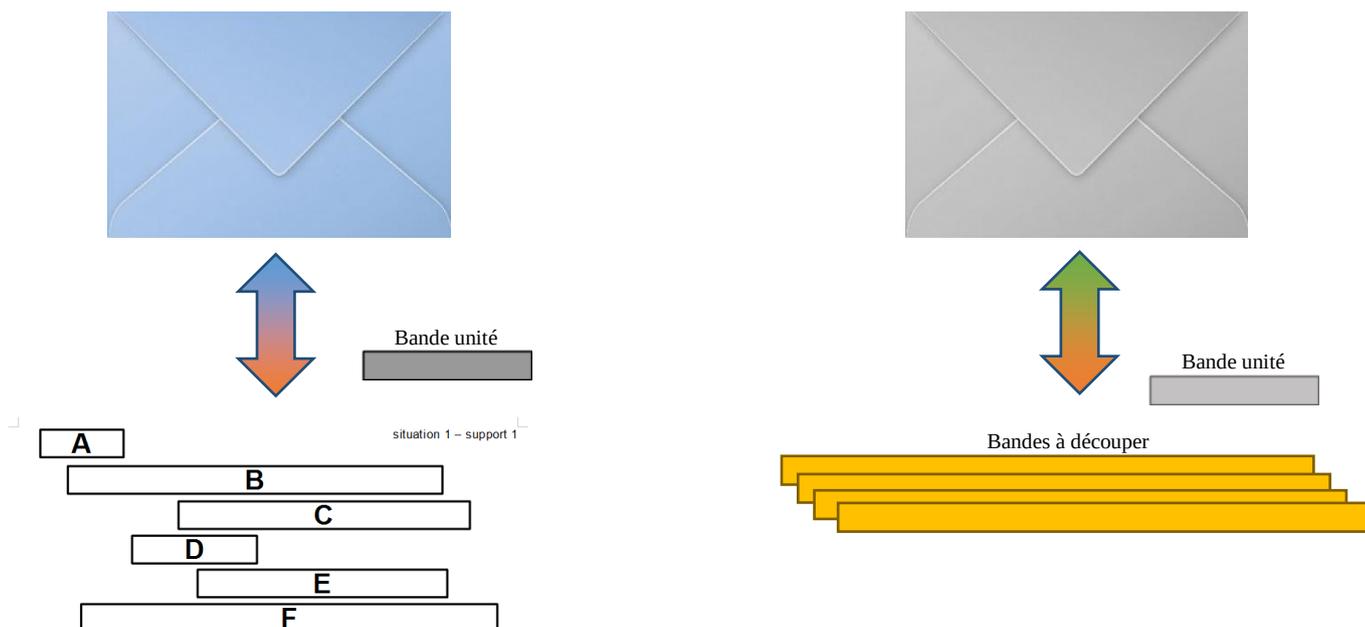
Attendus et commentaires :

Dans le cas où vous choisissez de faire travailler l'élève à sa table avec deux enveloppes, il est conseillé de les choisir de couleurs différentes. Les élèves prennent les mesures avec la bande unité de l'enveloppe bleue. Une fois le support et la bande unité rangées dans celle-ci, et seulement à ce moment, les élèves sortent la bande unité placée dans l'enveloppe grise et découpent une bande de longueur égale à celle qu'ils viennent de mesurer.

Il peut être utile de circuler dans la classe pour s'assurer que cette règle est respectée ; en effet, si les élèves utilisent la bande unité de la première enveloppe, ils vont procéder à partir de repères visuels qui n'ont pas de rapport avec le pliage de la bande et la découverte des fractions.

Le dispositif doit permettre de répéter à plusieurs reprises des expériences de reproduction de bandes. Il doit aussi permettre aux élèves de travailler à leur rythme.

Ce schéma peut-être reproduit au tableau pour faciliter l'explicitation de la consigne et en conserver une trace que les élèves peuvent consulter en cours d'activité.



Consigne :

Dispositif avec 2 enveloppes

« Aujourd'hui nous allons découvrir de nouveaux nombres : les fractions.

Vous allez travailler en 2 étapes. Dans un premier temps, vous sortirez de l'enveloppe bleue la bande unité et la planche pour mesurer une des 6 bandes. Lorsque vous avez terminé, vous replacez la planche et la bande unité dans l'enveloppe, puis vous ouvrez l'enveloppe grise, vous sortez la bande unité et une bande blanche pour fabriquer une bande de même longueur que celle que vous venez de mesurer. **Attention, vous ne pouvez pas utiliser la bande unité de l'enveloppe bleue lorsque vous fabriquez une bande.** »

Dispositif avec mise à distance au fond de la classe

« Aujourd'hui nous allons découvrir de nouveaux nombres : les fractions.

Vous allez travailler en 2 étapes. Dans un premier temps, vous sortirez de l'enveloppe 1 la bande unité et la planche pour mesurer une des 6 bandes. Lorsque vous avez terminé, vous allez à une table du fond où se trouvent une bande unité identique et des bandes blanches pour fabriquer une bande de même longueur que celle que vous venez de mesurer. **Attention, vous ne pouvez pas utiliser la bande unité de l'enveloppe 1 pour fabriquer une bande et vous ne pouvez pas découper la bande blanche après l'avoir amenée à votre table pour valider.** »

Auto-validation

Quand les élèves pensent avoir fabriqué une bande de longueur égale à la bande à mesurer choisie, ils peuvent comparer les deux bandes (en reprenant la planche support dans l'enveloppe) et valider le résultat par superposition.

Temps de synthèse :

Construction du concept de fraction.

Procédures : Trouver le milieu d'une bande. Plier en deux.

Il est important d'utiliser une grande bande pour les mises en commun au tableau afin de favoriser les échanges entre élèves.



Etape 2 : Introduction de la fraction $\frac{1}{8}$ (supports situation 2)

Il s'agit d'utiliser des fractions simples $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ et de comprendre les premières relations entre elles.

(Les fractions simples $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, ... seront rencontrées via les situations sur les disques.)

Etape 3 : Travail en binômes (supports situation 3)

Après avoir laissé la possibilité aux élèves de travailler seuls pour que leur expérience de la situation soit suffisante, constituer des binômes hétérogènes pour permettre aux élèves d'échanger sur leurs procédures. Les élèves ne parvenant pas à dépasser le stade de la manipulation peuvent ainsi donner du sens à l'activité.

Etape 4 : Différer dans le temps la reproduction des bandes (supports situation 4)

Objectif

- Conserver une trace de l'information mathématique.

Dans cette variable, il est demandé aux élèves de prendre des notes qui leur permettront de fabriquer les 6 bandes ultérieurement.

Ils disposent de l'enveloppe 1, de la bande unité et d'un moyen de noter des informations. Ils pourront les utiliser pour fabriquer des bandes. La validation se fait sur le même principe que précédemment.

Consigne :

« Vous allez mesurer les bandes de la planche 4 avec le matériel de l'enveloppe 1 mais vous ne pourrez pas les fabriquer avant demain. Vous devrez trouver un moyen de conserver une trace de vos mesures. Demain, vous devrez fabriquer vos bandes avec la deuxième bande unité et les bandes blanches, en vous aidant des traces que vous avez conservées. »

Etape 5 : Dictée de bandes

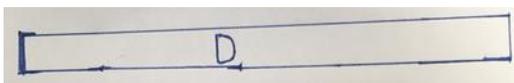
Ici, l'enseignant dicte une longueur de bande à construire à l'aide d'une bande unité. Il dispose lui-même de la bande à mesurer qui permettra aux élèves de valider. Cette modalité peut être prise en charge par un élève. Cette variable engage les élèves, par le biais d'une activité connue, à automatiser des procédures. Elle peut aussi favoriser l'institutionnalisation des savoirs. Particulièrement l'usage et l'écriture des termes demi, quart, huitième.

Consigne :

Exemple : « A l'aide de la bande unité, fabriquez un bande égale à une unité plus un demi plus un huitième. »

Attendus et commentaires :

Les bandes à découper doivent être de même largeur que les bandes de la planche support.
Ceci afin d'éviter ce type de procédure :



Pour répondre aux objectifs fixés par la situation, 4 planches supports sont proposées. Elles convoquent des variables relatives à la grandeur de l'unité et aux fractions qui sont représentées par les bandes à mesurer. Le tableau ci-après les synthétise.

La formulation des expressions respecte la codification universelle des fractions. L'enjeu n'est pas que les élèves les utilisent pour l'instant. Ils vont recourir à des formulations propres qui s'appuient le plus souvent sur un langage quotidien : la moitié, le quart ou plié en 2, en 4 ou en 8.

Ces renseignements sont destinés à fournir les réponses aux enseignants.

Situation 1 – support 1						
U = 6 cm						
bande	A	B	C	D	E	F
Longueur en cm	3 cm	13,5 cm	10,5 cm	4,5 cm	9 cm	15 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{2}u$	$2u + \frac{1}{4}u$	$1u + \frac{3}{4}u$	$\frac{3}{4}u$	$1u + \frac{1}{2}u$	$2u + \frac{1}{2}u$

Situation 1 – support 2						
U = 8 cm						
bande	A	B	C	D	E	F
Longueur en cm	10 cm	6 cm	13 cm	14 cm	7 cm	2 cm
Expression(s) attendue(s)	$1u + \frac{1}{4}u$	$\frac{3}{4}u$	$1u + \frac{5}{8}u$	$1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u$	$\frac{7}{8}u$	$\frac{1}{4}u$

Situation 1 – support 3						
U = 16 cm						
bande	A	B	C	D	E	F
Longueur en cm	8 cm	14 cm	2 cm	10 cm	12 cm	6 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{2}u$	$\frac{7}{8}u$	$\frac{1}{8}u$	$\frac{1}{2}u + \frac{1}{8}u = \frac{5}{8}u$	$\frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u = \frac{3}{4}u$	$\frac{3}{8}u$

Situation 1 – support 4						
U = 12 cm						
bande	A	B	C	D	E	F
Longueur en cm	18 cm	13,5 cm	15 cm	3 cm	16,5 cm	10,5 cm
Expression(s) attendue(s)	$1u + \frac{1}{2}u$	$1u + \frac{1}{8}u$	$1u + \frac{1}{4}u$	$\frac{1}{4}u$	$1u + \frac{1}{4}u + \frac{1}{8}u$	$\frac{7}{8}u$

Situation 2

Comparer plusieurs longueurs de bandes pour reconstituer des paires de même longueur

Objectifs

- Comparer des fractions.
- Construire des équivalences élémentaires

Matériel

- Bande unité (grise : à découper le plus précisément possible).
- Planche de 8 bandes à mesurer (A B C D E F G H).
- 2 enveloppes distinctes.

Dispositif et activité

Les élèves reçoivent une enveloppe avec les 8 bandes placées à l'intérieur (4 paires) et la seconde enveloppe vide.

Ils doivent chercher à reconstituer les paires de bandes de longueur égale en inscrivant ce résultat sur leur ardoise ou leur cahier.

Ils ne peuvent sortir qu'une seule bande de l'enveloppe. Ils peuvent effectuer des mesures avec la bande unité. Quand ils veulent sortir une nouvelle bande, ils doivent mettre la précédente à l'écart (par exemple dans une seconde enveloppe).

On veillera à ce que les bandes ne soient mesurées qu'à l'aide de la bande unité ; ils ne devront pas tracer la longueur sur un support papier.

Déroulement (voir fichiers joints : **supports situation 2**)

Consigne :

« Aujourd'hui nous allons apprendre à comparer des fractions.

Vous allez mesurer les bandes de l'enveloppe pour retrouver celles qui sont de même longueur. Vous pouvez sortir et mesurer qu'une seule bande à la fois. Chaque bande mesurée est placée dans la seconde enveloppe avant de passer à la bande suivante. Vous conservez une trace de chaque mesure effectuée. »

Auto-validation

Quand les élèves pensent avoir réussi à apparier les 4 paires de bandes. Ils peuvent toutes les sortir de l'enveloppe. La juxtaposition des bandes les renseignera.

Variables

Le nombre de paires de bandes ; le nombre de bandes peut être diminué ou augmenté. Pour cela, vous pouvez utiliser la version « 12 bandes » du document. Cf. « **supports situation 2 – 12 bandes** ». Ces versions reprennent les supports de la version « 8 bandes » et ajoutent simplement 4 bandes supplémentaires.

Attendus et commentaires :

Cette situation s'appuie sur de nombreux supports. Ils ont deux objectifs : différencier et permettre une plus grande exposition. Il n'est donc pas forcément nécessaire de consacrer une séance à chaque support. Le temps consacré à cette situation est donc laissé à l'appréciation de l'enseignant.

Situation 2 – support 1 - 8 bandes				
U = 6 cm				
bandes	E G	C H	B D	A F
Longueur en cm	9 cm	10,5 cm	13,5 cm	15 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{3}{2} u$	$1 u + \frac{3}{4} u$	$2 u + \frac{1}{4} u$	$\frac{5}{2} u$

Situation 2 – support 2 - 8 bandes				
U = 8 cm				
bandes	B F	C E	D G	A H
Longueur en cm	12 cm	13 cm	14 cm	15 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{3}{2} u$	$1 u + \frac{5}{8} u$	$1 + \frac{3}{4} u$	$1 u + \frac{7}{8} u$

Situation 2 – support 3 - 8 bandes				
U = 16 cm				
bandes	A D	C F	E H	G B
Longueur en cm	8 cm	10 cm	12 cm	14 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{2} u$	$\frac{5}{8} u$	$\frac{3}{4} u$	$\frac{7}{8} u$

Situation 2 – support 4 - 8 bandes				
U = 12 cm				
bandes	B D	C H	E F	G A
Longueur en cm	13,5 cm	15 cm	16,5 cm	18 cm
Expression(s) attendue(s)	$1 u + \frac{1}{8} u$	$\frac{5}{4} u$	$1 u + \frac{3}{8} u$	2 u

Situation 2 – support 5 - 12 bandes						
U = 6 cm						
Bandes	G E	K J	C H	I A	L F	D B
Longueur en cm	7,5 cm	9 cm	10,5 cm	13,5 cm	15 cm	16,5 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{5}{4}u$	$\frac{3}{2}u$	$1u + \frac{3}{4}u$	$2u + \frac{1}{4}u$	$\frac{5}{2}u$	$2u + \frac{3}{4}u$

Situation 2 – support 6 – 12 bandes						
U = 8 cm						
Bandes	L C	I A	B F	J E	D G	K H
Longueur en cm	8 cm	9 cm	10 cm	11 cm	12 cm	13 cm
Expression(s) attendue(s)	1 u	$\frac{9}{8}u$	$\frac{5}{4}u$	$1u + \frac{3}{8}u$	$\frac{3}{2}u$	$1u + \frac{5}{8}u$

Situation 2 – support 7 – 12 bandes						
U = 16 cm						
Bandes	J A	I B	G D	K F	E H	L C
Longueur en cm	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm	12 cm	14 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{4}u$	$\frac{3}{8}u$	$\frac{1}{2}u$	$\frac{5}{8}u$	$\frac{3}{4}u$	$\frac{7}{8}u$

Situation 2 – support 8 – 12 bandes						
U = 12 cm						
Bandes	L A	I H	C D	K G	B F	J E
Longueur en cm	9 cm	10,5 cm	13,5 cm	15 cm	16,5 cm	18 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{3}{4}u$	$\frac{7}{8}u$	$\frac{9}{8}u$	$\frac{5}{4}u$	$\frac{11}{8}u$	$\frac{5}{2}u$

Situation 3

Ordonner plusieurs bandes en utilisant les mesures effectuées séparément sur chacune

Objectifs

- Ordonner des fractions.
- Construire des équivalences élémentaires

Matériel (voir fichiers joints : **supports situation 3**)

- Bande unité (grise : à découper le plus précisément possible).
- 6 à 8 bandes à mesurer (A B C D E F / G H) découpées séparément et placées dans une enveloppe.
- Support de prises de notes (cahier ou feuille indépendante).
- 1 seconde enveloppe vide.

Dispositif et activité

Les élèves reçoivent une enveloppe avec les 6, 7 ou 8 bandes placées à l'intérieur.

Ils doivent chercher à écrire les lettres des bandes dans un ordre croissant ou décroissant des longueurs.

Ils ne peuvent sortir qu'une seule bande de l'enveloppe à la fois. Ils doivent effectuer des mesures avec la bande unité. Quand ils veulent sortir une nouvelle bande, ils doivent mettre la précédente à l'écart (par exemple dans une seconde enveloppe).

On veillera à ce que les bandes ne soient mesurées qu'à l'aide de la bande unité ; ils ne devront pas tracer la longueur sur un support papier.

Déroulement

Consigne :

« Aujourd'hui, nous allons apprendre à ranger des fractions.

Vous allez mesurer les bandes de l'enveloppe pour les ranger par ordre croissant. Vous pouvez sortir et mesurer qu'une seule bande à la fois. Vous devez remettre la bande mesurée dans l'enveloppe avant d'en sortir une autre. Vous conservez une trace de chaque mesure effectuée.

Lorsque vous avez terminé, vous validez vos choix en sortant la planche de l'enveloppe. »

Attendus et commentaires :

Les mesures des élèves vont entraîner la production d'écritures diverses et les élèves auront donc à construire des relations entre les différentes écritures. Ils pourront par exemple avoir à établir que :

$$\frac{3}{2} u = 1 u + \frac{1}{2} u, \text{ que } \frac{7}{4} u = 1 u + \frac{3}{4} u \text{ avant d'arriver à conclure que } \frac{3}{2} u < \frac{7}{4} u$$

Ou que : $\frac{3}{2} u = \frac{6}{4} u$ pour arriver à la même conclusion.

Temps de synthèse :

Règles de comparaison des fractions.

Comparaison à l'unité.

Ordre des fractions simples.

Auto-validation

Quand ils pensent avoir terminé le classement, les élèves peuvent ressortir toutes les bandes pour valider.

Situation 3 – support 1 – 8 bandes

$$U = 6 \text{ cm}$$

Bandes	A	D	G	E	C	B	F	H
Longueur en cm	3 cm	4,5 cm	7,5 cm	9 cm	10,5 cm	13,5 cm	15 cm	16,5 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{2} u$	$\frac{3}{4} u$	$\frac{5}{4} u$	$\frac{3}{2} u$	$\frac{7}{4} u$	$2 u + \frac{1}{4} u$	$\frac{5}{2} u$	$2 u + \frac{3}{4} u$

Situation 3 – support 2 – 8 bandes

$$U = 8 \text{ cm}$$

Bandes	F	G	B	E	H	A	C	D
Longueur en cm	2 cm	4 cm	6 cm	7 cm	9 cm	10 cm	13 cm	14 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{4} u$	$\frac{1}{2} u$	$\frac{3}{4} u$	$\frac{7}{8} u$	$\frac{9}{8} u$	$\frac{5}{4} u$	$\frac{13}{8} u$	$\frac{7}{4} u$

Situation 3 – support 3 – 7 bandes

$$U = 16 \text{ cm}$$

Bandes	C	G	F	A	D	E	B
Longueur en cm	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm	12 cm	14 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{8} u$	$\frac{1}{4} u$	$\frac{3}{8} u$	$\frac{1}{2} u$	$1 u + \frac{5}{8} u$	$\frac{3}{4} u$	$\frac{7}{8} u$

Situation 3 – support 4 – 8 bandes

$$U = 12 \text{ cm}$$

Bandes	D	H	G	F	B	C	E	A
Longueur en cm	3 cm	4,5 cm	6 cm	10,5 cm	13,5 cm	15 cm	16,5 cm	18 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{4} u$	$\frac{3}{8} u$	$\frac{1}{2} u$	$\frac{7}{8} u$	$\frac{9}{8} u$	$1 u + \frac{1}{4} u$	$1 u + \frac{3}{8} u$	$1 u + \frac{1}{2} u$

Situation 4

Produire un message qui permettra de reproduire une bande exactement de même longueur qu'une bande de référence

Objectifs

- Utiliser les fractions pour exprimer le résultat d'une mesure
- Elaborer un vocabulaire commun pour nommer et écrire les fractions
- Communiquer un message par écrit pour expliquer sa démarche

Matériel

- Bande unité commune à tous les élèves.
- Enveloppes contenant chacune une seule bande (les enveloppes sont placées sur une table). Il doit y avoir plusieurs enveloppes contenant une bande de même longueur. Ex : 3 enveloppes contenant une bande A, 3 pour une bande B... Le nom de la bande est inscrit sur l'enveloppe. (On peut reprendre les bandes des situations 1, 2 ou 3).

Exemple de configuration pour une classe de 27 élèves :

On peut ainsi, dans cette même classe, utiliser un jeu de 6 bandes différentes reproduites 3 fois. Il y aura 3 enveloppes A, 3 enveloppes B...

- Feuilles pour produire les messages.
- Bandes prédécoupées de même largeur que les bandes à mesurer

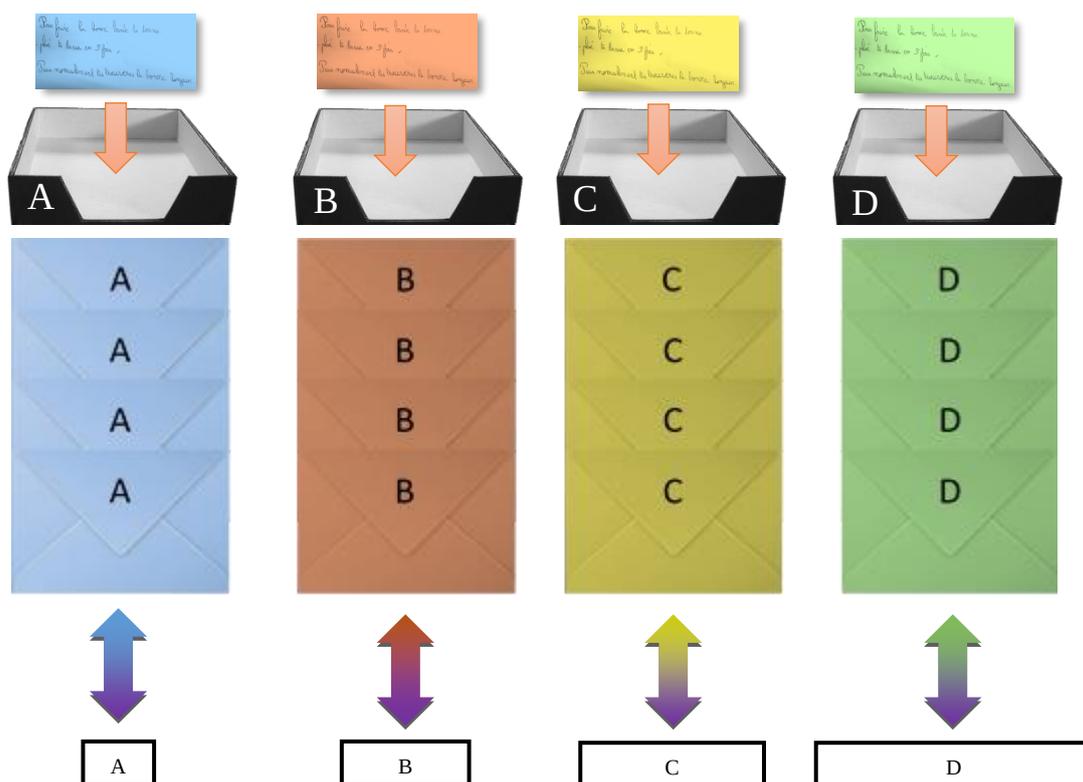
Dispositif et activité

Émetteurs et récepteurs vont partager une variété de procédures de transmission d'informations relatives aux fractions et élaborer un code commun pour communiquer.

Etape 1 : Produire et exploiter des messages écrits

1^{ère} phase – Production des messages :

Les élèves disposent d'une bande unité. Chaque élève ou binôme va chercher une enveloppe dans laquelle se trouve une bande. Il doit produire un message qui permettra, plus tard, à ceux qui reprendront cette enveloppe de fabriquer une bande exactement de même longueur.



Quand le message est produit, il est déposé dans la boîte de même nom. La bande mesurée est replacée dans son enveloppe et l'enveloppe est redéposée sur sa pile.

Consigne :

« Aujourd'hui, vous allez apprendre à écrire des messages. Ces messages devront permettre à vos camarades de construire des bandes de longueur égale à celles que vous aurez mesurées. Dans un premier temps, vous ouvrez une des 4 enveloppes et vous mesurez la bande qui se trouve à l'intérieur avec votre bande unité. Ensuite, vous écrivez un message qui permettra à un autre binôme de fabriquer une bande identique et vous écrivez votre nom au-dessous. Vous rangez alors la bande à mesurer dans l'enveloppe, vous reposez l'enveloppe sur sa pile et vous déposez votre message dans la boîte correspondante. Il y a 4 enveloppes différentes et vous avez donc 4 messages à écrire. »

Attendus et commentaires :

Les élèves (ou binômes) vont dans ce premier temps produire plusieurs messages. Le nombre de messages produits peut varier d'un groupe à l'autre, selon leur propre rythme de travail. Les différents messages sont exploités en phase 2.

2^{ème} phase – Echange des messages :

Les messages sont redistribués aux groupes. Si possible, on s'attache à distribuer les messages sans redonner à un groupe un message qu'il a lui-même produit.

La tâche des élèves est double :

- Fabriquer la bande à mesurer à l'aide de la bande unité en utilisant les messages mais sans sortir la bande à mesurer de l'enveloppe.
- Valider le message quand ils pensent avoir réussi.

3^{ème} phase – Analyse collective des messages :

L'enseignant choisit la série de messages correspondant à une enveloppe qui lui semble la plus pertinente à étudier collectivement. L'objectif est :

- Identifier, à partir de la comparaison des messages, des critères pertinents sur le fond, comme sur la forme, pour communiquer ses mesures.
- Analyser les éléments qui engendrent des difficultés de compréhension.

Etape 2 : Dictée de messages oraux par deux élèves (ou par le maître) pour toute la classe

Deux élèves énoncent oralement à toute la classe des informations pour fabriquer une bande à mesurer. Eux seuls y ont accès. Ils présenteront ensuite la bande à mesurer à chaque élève ou binôme pour validation.

Variables :

- L'émetteur peut apporter des informations complémentaires aux élèves qui rencontrent des difficultés ;
- Le récepteur peut demander des informations complémentaires mais l'émetteur est contraint d'apporter des précisions sans expliciter.

Etape 3 : Production de messages entre deux élèves en binômes

Cette même situation est mise en œuvre entre deux élèves : un émetteur / un producteur. Le message peut être communiqué oralement et/ou par écrit.

Temps de synthèse :

Si l'institutionnalisation sur les écritures fractionnaires n'a pas été effectuée à l'issue des deux premières situations s'appuyant sur les disques, la situation 4 peut être propice pour le faire.

Attendus et commentaires :

Dans l'ensemble des étapes, Il conviendra de discerner celles qui engagent l'oral pour faire vivre les échanges des élèves de celles qui s'appuient sur leurs messages écrits.

Dans les premières, les enjeux consistent dans l'élaboration d'un vocabulaire commun, l'explicitation et/ou la discussion des démarches des binômes, du groupe classe, les consignes des émetteurs lors des dictées de bandes ou encore les demandes des récepteurs. On utilisera une grande bande au tableau afin de favoriser les échanges.

Dans les secondes, si l'on peut confronter les écrits pour discuter de leur pertinence, de la diversité des messages pour communiquer le savoir mathématique, on s'attardera plus particulièrement sur les équivalences entre les écritures fractionnaires en présentant par exemple un corpus de messages au tableau.

Etayage : l'enseignant peut circuler dans la classe pour aider des élèves à identifier la nature de leur désaccord.

- L'erreur provient de la mesure ou de la reproduction de la bande :
 - Le binôme n'a pas mesuré correctement la bande de l'enveloppe au cours de la phase 1, le binôme récepteur ne peut pas la reproduire ;
 - Un binôme n'a pas reproduit la bande dans la phase 2 car sa démarche est erronée.
- L'erreur provient de la production ou de la réception du message :
 - Un binôme a mesuré correctement la bande dans la phase 1, mais son message ne permet de la fabriquer.
 - Un binôme n'a pas compris le message qui lui est donné alors qu'il permettrait de reproduire la bande.

Situation 5

Parmi plusieurs mesures écrites, rechercher celles qui désignent des longueurs égales.

Matériel

- Bande unité commune à tous les élèves.
- Séries de longueurs écrites sous formes de sommes d'entiers et de fractions simples.
- Bandes prédécoupées de même largeur que les bandes de référence.

Dispositif et activité

Une liste de longueurs est présentée aux élèves. Ils doivent anticiper pour identifier celles qui désignent la même longueur. Dans cette phase, ils peuvent recourir à l'écrit ou s'appuyer sur une gestion mentale. Ils doivent toutefois indiquer quelles sont les écritures désignant des longueurs égales.

Attendus et commentaires :

En troisième année de cycle 3, on axera le travail sur les algorithmes de résolution et le matériel sera un outil permettant de contrôler l'activité menée mentalement ou par le calcul.

Plus tôt dans le cycle, la situation pourra permettre de préparer ces algorithmes par la manipulation ou la gestion mentale. Il n'est pas question de travailler les techniques relatives à la somme de fractions mais de permettre aux élèves de rencontrer des écritures, de manipuler physiquement ou mentalement les fractions afin de parvenir aux égalités. Le résultat de la somme n'est pas le plus important, ce sont les procédures engagées par les élèves pour établir les égalités qui nous intéressent.

Les cases « corrigés » sont indiquées sur la feuille ci-dessous pour permettre aux enseignants d'accéder rapidement aux réponses. Une feuille destinée à la distribution des séries aux élèves est proposée dans les documents imprimables (Cf. fiche « Support Bandes - Situation 5 »).

Validation

Les élèves ont la possibilité de recourir à la manipulation pour construire les bandes et étayer les justifications écrites et/ou orales.

Exemple de fiche de travail

Cf. fiches proposées ci-dessous.

Série A : Additions simples de $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ et $\frac{x}{8}$

Série B : Additions simples de $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ et $\frac{x}{8}$

Série C : Additions et soustractions de $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ et $\frac{x}{8}$; compléments à l'unité ; intrus ; fraction $\frac{3}{3}$

Série D : Additions et $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ et $\frac{x}{8}$; numérateur de grande taille

Série E : Additions et soustractions de $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ et $\frac{x}{8}$

Série F : Additions et soustractions de $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ et $\frac{x}{8}$; additions soustractions de fraction au même dénominateur. Abstraction et règles sur les additions de fractions. Commutativité.

Autre proposition d'activité :

Trouver le plus possible d'écritures d'une fraction. La validation pourra se faire par la construction ou / et par les échanges entre pairs.

Série A :

$$A = 2u + \frac{1}{2}u$$

$$B = 1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u$$

$$C = \frac{3}{2}u + 1u$$

$$D = \frac{3}{2}u + \frac{1}{2}u$$

$$E = \frac{1}{2}u + \frac{5}{4}u$$

$$F = 1u + \frac{6}{8}u + \frac{1}{4}u$$

Corrigé A :

$$A = \frac{5}{2}u$$

$$B = \frac{7}{4}u$$

$$C = \frac{5}{2}u$$

$$D = 2u$$

$$E = \frac{7}{4}u$$

$$F = 2u$$

Série B :

$$A = \frac{1}{4}u + \frac{9}{2}u + \frac{3}{4}u$$

$$B = \frac{3}{8}u + \frac{5}{8}u + \frac{3}{4}u$$

$$C = \frac{4}{2}u + 2u$$

$$D = 3u + \frac{5}{2}u$$

$$E = \frac{1}{4}u + \frac{3}{4}u + \frac{6}{8}u$$

$$F = 1u + \frac{6}{8}u$$

Corrigé B :

$$A = \frac{11}{2}u$$

$$B = \frac{7}{4}u$$

$$C = 4u$$

$$D = \frac{11}{2}u$$

$$E = 4u$$

$$F = \frac{7}{4}u$$

Série C :

$$A = \frac{3}{4}u + \frac{8}{8}u + \frac{1}{4}u$$

$$B = \frac{5}{8}u + \frac{3}{2}u + \frac{3}{8}u$$

$$C = 2u + \frac{4}{4}u - \frac{1}{2}u$$

$$D = \frac{3}{2}u + \frac{5}{2}u - \frac{3}{2}u$$

$$E = \frac{2}{8}u + \frac{3}{3}u + \frac{6}{8}u$$

$$F = 2u + \frac{1}{8}u$$

Corrigé C :

$$A = 2u$$

$$B = \frac{5}{2}u$$

$$C = \frac{5}{2}u$$

$$D = \frac{5}{2}u$$

$$E = 2u$$

$$F = \frac{17}{8}u$$

Série D :

$$A = \frac{3}{2}u + \frac{5}{4}u$$

$$B = \frac{3}{2}u + \frac{3}{8}u + \frac{3}{4}u$$

$$C = \frac{5}{2}u + \frac{2}{4}u$$

$$D = 2u + \frac{3}{4}u$$

$$E = \frac{1}{2}u + \frac{3}{4}u + 1u + \frac{6}{8}u$$

$$F = \frac{22}{8}u$$

Corrigé D :

$$A = \frac{11}{4}u$$

$$B = \frac{9}{4}u$$

$$C = 3u$$

$$D = \frac{11}{4}u$$

$$E = 3u$$

$$F = \frac{11}{4}u$$

Série E :

$$A = \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u$$

$$B = \frac{1}{2}u - \frac{1}{8}u + \frac{1}{4}u - \frac{1}{8}u$$

$$C = \frac{5}{2}u - \frac{14}{8}u$$

$$D = 1u - \frac{1}{4}u$$

$$E = \frac{3}{8}u + \frac{1}{4}u - \frac{1}{8}u$$

$$F = 1u - \frac{1}{8}u - \frac{1}{4}u$$

Corrigé E :

$$A = \frac{3}{4}u$$

$$B = \frac{1}{2}u$$

$$C = \frac{3}{4}u$$

$$D = \frac{3}{4}u$$

$$E = \frac{1}{2}u$$

$$F = \frac{5}{8}u$$

Série F :

$$A = \frac{15}{2}u - \frac{10}{2}u$$

$$B = \frac{5}{8}u + \frac{1}{4}u - \frac{1}{8}u$$

$$C = \frac{3}{8}u - \frac{3}{4}u + \frac{6}{6}u + \frac{15}{8}u$$

$$D = \frac{6}{6}u - \frac{1}{4}u + \frac{14}{8}u$$

$$E = 4u - \frac{1}{4}u - \frac{4}{8}u - \frac{5}{2}u$$

$$F = 3u + \frac{1}{8}u$$

Corrigé F :

$$A = \frac{5}{2}u$$

$$B = \frac{3}{4}u$$

$$C = \frac{5}{2}u$$

$$D = \frac{5}{2}u$$

$$E = \frac{3}{4}u$$

$$F = \frac{25}{8}u$$

Situation 6

Décomposer ou simplifier une fraction

Matériel

- bande unité commune à tous les élèves
- bandes prédécoupées de même largeur que les bandes à mesurer

Dispositif

Étape 1 : Trouver et valider (avec ou sans l'aide de la construction) le plus possible d'écritures.

Une bande est distribuée aux élèves. Ils doivent trouver par construction l'ensemble des décompositions possibles de la bande proposée.

Les élèves peuvent recourir à l'écrit ou s'appuyer sur une gestion mentale.

Étape 2 : Trouver l'écriture simplifiée d'une fraction ou d'une somme de fractions (avec ou sans l'aide de la construction).

Une écriture fractionnaire est proposée aux élèves (par le maître ou un pair). Les élèves doivent trouver par construction, l'écriture simplifiée de cette écriture.

Les élèves peuvent recourir à l'écrit ou s'appuyer sur une gestion mentale.

Attendus et commentaires :

L'objectif à travers cette activité est de donner un caractère concret aux décompositions et à la simplification de fractions en s'appuyant sur le matériel et la représentation mentale afin que le travail algorithmique proposé ensuite puisse s'exercer par l'élève avec un contrôle accru de l'activité qu'il mène.

Validation

Les élèves font des propositions qui sont notées au tableau. Ils ont la possibilité de recourir à la manipulation pour vérifier la justesse de chaque proposition.

Exemples

$$A = \frac{5}{4} u = u + \frac{1}{4} u$$

$$H = \frac{23}{8} u = 2 u + \frac{3}{4} u + \frac{1}{8} u$$

$$O = \frac{23}{4} u = 5 u + \frac{3}{4} u$$

$$B = \frac{9}{8} u = u + \frac{1}{8} u$$

$$I = \frac{32}{8} u = 4 u$$

$$P = \frac{20}{5} u = 4 u$$

$$C = \frac{5}{2} u = 2 u + \frac{1}{2} u$$

$$J = \frac{6}{6} u = u$$

$$Q = \frac{23}{5} u = 4 u + \frac{3}{5} u$$

$$D = \frac{9}{2} u = 4 u + \frac{1}{2} u$$

$$K = \frac{12}{2} u = 6 u$$

$$R = \frac{11}{7} u = u + \frac{4}{7} u$$

$$E = \frac{13}{4} u = 3 u + \frac{1}{4} u$$

$$L = \frac{12}{6} u = 2 u$$

$$S = \frac{13}{10} u = 1 u + \frac{3}{10} u$$

$$F = \frac{11}{8} u = u + \frac{3}{8} u$$

$$M = \frac{14}{7} u = 2 u$$

$$T = \frac{28}{10} u = 2 u + \frac{4}{5} u$$

$$G = \frac{13}{8} u = u + \frac{1}{2} u + \frac{1}{8} u$$

$$N = \frac{19}{6} u = 3 u + \frac{1}{6} u$$

$$U = \frac{129}{10} u = 10 u + \frac{4}{5} u + \frac{1}{10} u$$